

NOMBRE	NIA	GRADE
---------------	------------	--------------

Introducción a la Ciencia de Redes (2019-2020)

————— SEGUNDO EXAMEN PARCIAL (TT05-TT09) —————

ESCRIBE TUS RESPUESTAS CLARAMENTE EN LOS ESPACIOS EN BLANCO. POR FAVOR ESCRIBE CLARAMENTE, COMO SI ESTUVIESES INTENTANDO COMUNICAR ALGO A OTRA PERSONA QUE NECESITA ENTENDER LO QUE ESCRIBISTE PARA PODER EVALUARLO ADECUADAMENTE. SI UNA RESPUESTA REQUIERE PASOS INTERMEDIOS, POR FAVOR MARCA CLARAMENTE TU RESPUESTA FINAL CON UN RECTÁNGULO. SI CONTESTAS ESCRIBIENDO TEXTO, POR FAVOR SUBRAYA LAS PALABRAS O FRASES CLAVE DE TU RESPUESTA. SI ES ABSOLUTAMENTE NECESARIO, PUEDES ADJUNTAR UNA HOJA EXTRA A TU EXAMEN, INDICANDO QUE LA SOLUCIÓN SE ENCUENTRA EN LA HOJA EXTRA.

Problema 1

2 puntos

Considera un proceso de adhesión preferencial (BA) en que los nodos llegan uno después de otro, y cada nuevo nodo añade m enlaces a un grafo. Asume que actualmente tenemos N nodos numerados $1, 2, \dots, N$. Actualmente el grado de los nodos viene dado por $k^{(N)}(i) = N - i + 1$ (asume que el grafo puede tener ciclos). Ahora, llega el nodo $N + 1$ y se conecta al grafo siguiendo el proceso BA.

1. ¿Cuál es el grado esperado del nodo i después de que el nodo $N + 1$ se ha conectado al resto del grafo, $k^{(N+1)}(i)$, como función de i, N y m ?

2. ¿Es esto creciente o decreciente como función de i ?

Problema 2

1 punto

En el modelo de adhesión preferencial (BA) estándar, la probabilidad de que un nuevo nodo se conecte al nodo i es $\Pi(i) \propto k_i$ (proporcional al grado del nodo i).

En los siguientes modelos, indica **a qué cantidad es proporcional $\Pi(i)$** . Si hubiese parámetros adicionales, indica qué significan y su rango de valores posibles.

1. Adhesión preferencial sub-lineal.
2. Adhesión preferencial con envejecimiento, con una preferencia por nodos más recientes.

Problema 3

3 puntos

Considera un grafo dirigido bi-partito $G = (V_L \cup V_R, E)$ en el cual $V_L = \{a, b, c\}$ y $V_R = \{1, 2, \dots, 100\}$, y en el cual todos los arcos van de V_L a V_R :

- El nodo a está conectado a los nodos $1, 2, \dots, 100$.
- El nodo b está conectado a los nodos $1, 2, \dots, 10, 51, 52, \dots, 100$, es decir, a todos los nodos excepto $11, 12, \dots, 50$.
- El nodo c está conectado a los nodos $81, 82, \dots, 100$.

Comenzando con $\hat{h}^{(1)}(i) = 1$ para $i \in \{a, b, c, 1, 2, \dots, 100\}$.

1. Calcula $a^{(1)}(i)$ para $i \in \{1, 2, \dots, 100\}$

2. Calcula $\hat{a}^{(1)}(i)$ para $i \in \{1, 2, \dots, 100\}$

3. Calcula $h^{(2)}(i)$ para $i \in \{a, b, c\}$

Consejo: si un conjunto de nodos comparten el mismo valor, indica el valor y cuáles nodos pertenecen al conjunto.

Problema 4

2 puntos

Considera un grafo dirigido $G = (V, E)$ en el cual $V = \{1, 2, \dots, N\}$ y $(i, j) \in E \iff i \in V \wedge j \in V \wedge (j = i - 1 \vee j = i + 1)$.

1. Indica el valor del PageRank Simplificado $S(i)$ para cada nodo i del grafo, justificando tu respuesta.

2. Indica el valor de PageRank $P(i)$ para cada nodo i en el grafo como función de i y del parámetro α .
Consejo: calcula $P(N)$, luego $P(N-1)$, luego $P(N-2)$, luego $P(i)$.

Problema 5

2 puntos

Ejecuta el algoritmo de Brandes-Newman para *edge betweenness* en el grafo dibujado en la derecha, indicando los valores intermedios que computes. Copia tus respuestas finales a los arcos de este grafo.

Nota: en grafos con ciclos, *edge betweenness* puede tomar valores fraccionarios.

